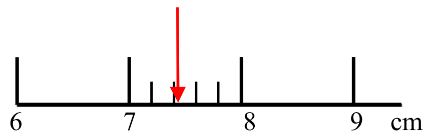
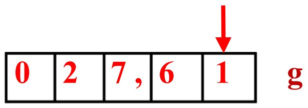
Incertezze

<u>Lettura di una grandezza ***x*** con la sua incertezza Δx</u>

La misura con l'errore (incertezza) di lettura o di sensibilità è: x $\pm\Delta$x, l'incertezza Δx è:
Δx=D/2 dove D è la più piccola divisione dello strumento analogico. [Fa eccezione il calibro, in questo caso Δx=D=1/20 mm= 0,05 mm]. Nel caso di uno strumento digitale in genere si assume come incertezza il valore del digit meno significativo Δx=LSD (LSD= Least Significant Digit: è quello più a destra)
Esempi:





Scala analogica: divisione D = 2 mm

Δx = D/2 = 2 mm/2 = 1 mm

Lettura: x $\pm$ Δx = 74 $\pm$ 1 mm

Scala digitale: LSD = 0,01 g

Δx = D = 0,01 g

Lettura: x $\pm$ Δx = 27,61 $\pm$ 0,01 g

Attenzione: gli strumenti digitali hanno spesso un'incertezza maggiore che viene dichiarata dal costruttore, il valore va cercato nel manuale dello strumento.

Cifre significative

Quando si scrive il risultato di una misura o di un calcolo bisogna scegliere con quante "cifre significative" scrivere il numero.

DEFINIZIONE di "cifre significative" : le cifre significative (c.s.) di un numero sono il numero di cifre contate da sinistra verso destra a partire dall'ultimo zero, se ci fossero degli zeri a sinistra.

Esempio: 312 0,312 31,2 0312 00312 78,6 300 hanno tutti 3 c.s. (gli zeri a destra <u>contano</u> come c.s.)

Con quante cifre significative devo scrivere un numero?

Esempio voglio calcolare l'area di un quadrato di lato L= 2,731 cm, il calcolo mi darebbe A= L^2= 7,45836 cm^2. Con quante c.s. devo scrivere questo numero? La regola è che bisogna prima fissare le c.s. dell'incertezza, e poi stabilire le cifre del valore della grandezza.

Si fa così: Supponiamo di avere una misura con la sua incertezza, con tante cifre (tutte quelle che dà la calcolatrice per esempio)

1) Si prende il numero dell'incertezza e la si arrotonda in modo che abbia **2** c.s. Esempio:

L'incertezza così come viene dai calcoli	Come si scrive (con 2 sole cifre)
1,2	1,2
1,2875	1,3
0,12875	0,13
0,00316	0,0032
71357	71 * 10^3
71000	71 * 10^3

A questo punto, avendo l'incertezza scritta con 2 c.s., si arrotonda il valore della misura in modo che l'ultima cifra della misura (come posizione) si trovi nella stessa posizione dell'ultima cifra dell'incertezza, quella più a destra. La cosa più comoda è metterle una sotto l'altra e poi vedere quali cifre tagliare. La misura e l'incertezza devono essere scritte con la stessa unità di misura, altrimenti le cifre "si spostano".

<u>Esempio</u>

Incertezza:	0,2**1**	0,2**1**	0,2**1**
Misura:	31,3**4**~~5~~ → 31,34	31,0**0** → 31,00	31,3**3**~~7333~~ → 31,34
Come si scrive:	31,34 ± 0,21	31,00 ± 0,21	31,34 ± 0,21

Incertezza:	2,**1**	0,2**1**	0,2**1**	0,006**5**
Misura:	31,**3**~~45~~ → 31,3	31,0**0** → 31,00	31,3**3**~~7333~~ → 31,34	31,337**3**~~33~~ → 31,3373
Come si scrive	31,3 ± 2,1	31,00 ± 0,21	31,34 ± 0,21	31,3373 ± 0,0065

Quindi alla fine devo avere sempre l'incertezza con 2 c.s. e il numero che "finisce" nella stessa posizione della seconda cifra dell'incertezza.

Lab # 1 Densità cilindretti - Protocollo dell'esperienza

- Procedura:
  - Misura delle dimensioni dei cilindri: diametro e altezza (D_i , h_i) ; $i = 1,3$
  - Misura delle masse dei cilindri (m_{ci})
- Calcolo dei volumi e quindi delle densità di ogni singolo cilindretto:
  - Volume: V = Area base · altezza = ($\pi \cdot D^2/4$) · h
  - Densità d = Massa / Volume
  - Densità dei 3 cilindri: $d_{ci} \pm \Delta_{ci}$
- Calcolo della densità media dei cilindri (ipotesi di Δ_i circa uguali e misure entro l'incertezza):
  - $d = (d_1 + d_2 + d_3)/3 \ \pm \Delta_i$
- Lo scopo della misura è di rispondere alla domanda: i cilindretti a disposizione di che materiale sono fatti? Di alluminio o di altre leghe tipo Anticorodal 6061 o 6063 o xxxx?

Lab # 2 Calcolo della Massa della Terra dalla misura di g

La forza di attrazione gravitazionale esercitata dalla Terra su di una massa ***m***, sulla sua superficie, è: $F = G\frac{mM_T}{R_T^2}$ dove ***G*** è la costante di gravitazione universale***, M_T*** la massa della Terra, ***R_T*** il raggio terrestre. Questa Forza è usualmente chiamata il "peso" della massa m e si scrive come: $F = m \cdot g$, dove *g* è l'accelerazione gravitazionale che vale quindi $g = G\frac{M_T}{R_T^2}$, la massa ***M_T*** può quindi essere calcolata dalla relazione:

$$M_T = \frac{g \cdot R_T^2}{G}$$

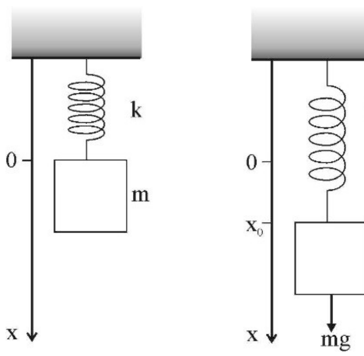
Per calcolare la Massa della Terra servono quindi i valori delle tre grandezze ***G, R_T, g.*** Tutte e tre le grandezze si possono misurare. Voi misurerete ***g***, assumendo come noti i valori di ***G e R_T***.
I valori da inserire nella formula per trovare la massa della Terra ***M_T*** sono:

R_T = 6314 km, valore misurato da Eratostene nel 240 a.C.

G = 6,7 10^{-11} S.I., valore misurato da H. Cavendish nel 1798.

g = il valore misurato da voi, in unità del Sistema Internazionale [m/s^2]

Misura di g utilizzando una molla e dei pesi – Teoria



In condizioni di equilibrio la massa **m** appesa alla molla, di costante elastica **k**, la allunga di $\mathbf{x_0}$ rispetto alla posizione di equilibrio senza massa appesa.

Se si sposta **delicatamente** la massa dalla posizione di equilibrio, e la si lascia andare, la massa comincia ad oscillare verticalmente, con un moto armonico di periodo **T.**

Per ogni massa appesa m misurerete due grandezze: l'allungamento x e il periodo dell'oscillazione verticale T.

Le relazioni matematiche fra le masse m, le masse equivalenti m_e, gli allungamenti x, le durate dei periodi T, la costante k della molla e g (dalle leggi di Newton e Hooke) sono:

$$x(m) = \frac{g}{k} \cdot m = a \cdot m \quad ; \quad m_e(T) = \frac{k}{(2\pi)^2} \cdot T^2 = b \cdot T^2$$

Voi dovrete ricavare graficamente le due costanti **a** e **b,** utilizzando le grandezze misurate che sono:

m = la massa dei pesi di piombo appesi alla molla ; **x(m)** l'allungamento corrispondente ; **T=** il periodo di una oscillazione con la massa **m** appesa. Le masse $\mathbf{m_e}$ si calcolano dalle masse **m** e dai dati seguenti:

$\mathbf{m_e}$ **=** masse dei pesi in piombo + massa equivalente della molla = **m(pesi) +** $\mathbf{m_e}$ **(molla)= m (pesi) + 42,2 g**

dove m_e (molla) $\cong 42{,}2 \pm 0{,}4$ g [calcolata sommando la massa del supporto con quella delle spire libere o fisse].

Avendo **a=g/k** e **b=k/(2π)²** si procederà così:

1) Dal valore di **b** si calcola **k**, la costante elastica della molla: **k**= $b \cdot (2\pi)^2$
2) Dal valore di **a** e di **k** si calcola l'accelerazione di gravità: **g** = a · k
3) Dal valore di g, di G e di R_T si calcola la massa della Terra $\mathbf{M_T} = \frac{g \cdot R_T^2}{G}$

Protocollo delle misure da fare

1) Pesare i gruppi di masse: m_4 = 4 masse ; m_6 = 6 masse …. M_{10} = 10 masse
2) Mettere i gruppi di masse $\mathbf{m_i}$ (di cui avete già misurato la massa) sul supporto della molla; 4 dischi(m_4), poi 6 dischi(m_6), poi 8 dischi(m_8), poi 10 dischi (m_{10}).
3) Per ogni gruppo di masse + molla vanno eseguite due misure:
   - l'allungamento $\mathbf{x_i}$ della molla a riposo.
   - La durata di n=10 periodi di oscillazione $\mathbf{T_n}$ = $\mathbf{nT_i}$. Per ogni gruppo di masse $\mathbf{m_i}$ rifare la misura almeno 3 volte.
   - Fare una tabella: una serie di misure (gruppi di masse) per ogni riga.

# masse	m_i (g)	Δx_i (g)	T_i (10 osc) (s)	T_i (1)	T_i (1)^2	Massa m_{ei}
4…6…10	misura	misura	misura	calcolo	calcolo	calcolo

Elaborazione dei dati e calcolo di M_T

NOTA: ogni gruppo avrà una molla diversa e masse diverse, quindi i valori intermedi delle varie grandezze possono anche essere molto differenti, è la massa della Terra alla fine che dovrà essere circa la stessa.

- **Grafico 1** (utilizzando masse e allungamenti): si ottiene a=g/k
  - Riportare su di un grafico **lineare** le coppie **($\mathbf{m_i}$, $\mathbf{x_i}$);** m in orizzontale, x in verticale.
  - Tracciare la retta migliore ad occhio che passa per i punti sperimentali.
  - Calcolare il coefficiente angolare ***a =Δg/Δk*** della retta, che sarà uguale a ***g/k.***

- **Deve** venire un valore per a circa ***0,19 < a < 0,27*** [m/Kg]. Se è molto al di fuori dell'intervallo indicato vuol dire che è stato commesso un errore grossolano in qualche misura, o in qualche unità di misura, o nel riportare i punti sul grafico, o nel valutare il coefficiente angolare.

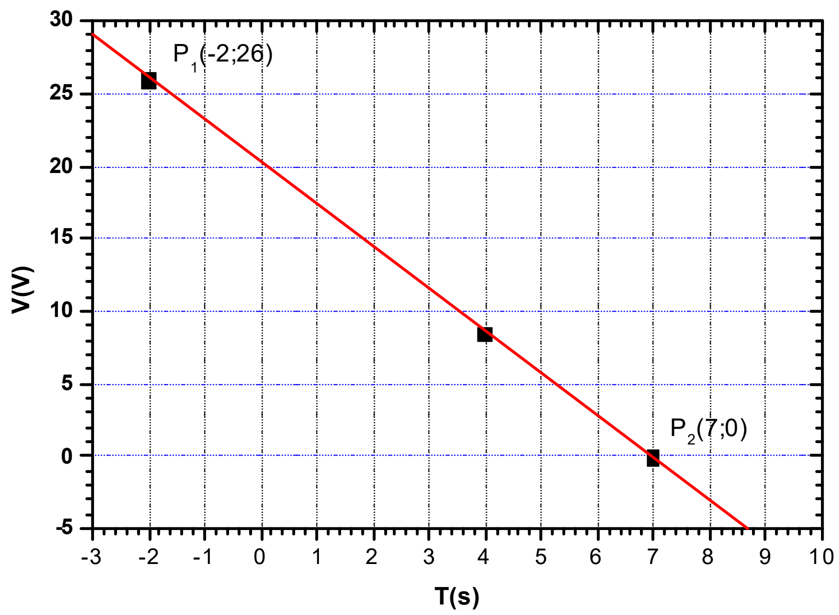
- **Grafico 2**: si ottiene b= k /$(2\pi)^2$
  - Per ogni gruppo di masse $\mathbf{m_i}$ calcolare la rispettiva massa equivalente $\mathbf{m_{ei}= m_i + 42,2\ g}$
  - Per ogni massa $\mathbf{m_{ei}}$ calcolare il valor medio del periodo T_i (T è il periodo di 1 oscillazione, quindi se ne avete misurate 10 il periodo sarà T(1 oscillazione)=T(10 oscillazioni)/10 , facendo la media aritmetica dei valori ottenuti.
  - Riportare su di un grafico **lineare**, le coppie **(T^2(i)), m_{ei});** T^2 in orizzontale, m_{ei} in verticale.
  - Calcolare il coefficiente angolare ***b***= **Δm_{ei} /(ΔT^2)** e da questo la costante elastica della molla **k**:

    $$\mathbf{k} = b \cdot (2\pi)^2 = b \cdot 4 \cdot \pi^2 = b \cdot 4 \cdot \pi^2 \cong b \cdot 4 \cdot 10 = \mathbf{b \cdot 40} \quad [N/m]$$ [1]
  - Utilizzare i valore di ***k*** e di ***a*** per calcolare ***g = a·k***

- Calcolo della massa della Terra: $\boldsymbol{M_T = \left(g \cdot R_T^2\right)/M_T}$ .Fare anche una valutazione dell'incertezza della misura.

Nota: La massa della terra è circa: $\mathbf{M_T \sim 6 \cdot 10^{24}}$ kg.

<u>Calcolo grafico del coefficiente angolare "a" per una funzione lineare del tipo: y(x)=ax+b</u>



a = $\Delta y/\Delta x$, (è il caso in cui i punti sperimentali stanno su di una retta in scala lineare).
Esempio (vedi grafico): si scelgono due punti della retta "lontani",(il calcolo è più preciso), ad esempio: P_1 (x_1 ; y_1) e P_2 (x_2 ; y_2).
Calcolo di ***a***, utilizzando i due punti P_1(-2,26) , P_2(7,0) :

$$\boldsymbol{a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 26}{7 + 2} = \frac{-26}{9} \cong -2,9} \quad \text{V/s}$$

L'incertezza di ***a*** è legata alla dispersione dei punti ed alla loro incertezza intrinseca.

[1] Nota: π^2 = 9,8696…, utilizzando π^2 = 10 facciamo un errore del 1,3%, trascurabile rispetto alle altre incertezze sperimentali.